

MATEMAATIKA AINEKAVA 9. KLASSILE

Hindamine on õppeprotsessi osa, mille kaudu toetatakse õpilase õppimist ja arengut. Hindamisel saadakse ülevaade õpitulemuste saavutatusest ja õpilase individuaalsest arengust ning toetatakse selle kaudu õpilase kujunemist positiivse minapildi ja adekvaatse enesehinnanguga ennastjuhtivaks õppijaks. Hindamise tulemusena/abil saab õppija tagasisidet oma edenemise kohta õppimisel, tundma õppida oma nõrku ja tugevaid külgi, et teha hiljem tarku otsuseid, kuhu oma jõupingutused suunata ja milliseid õpistrateegiaid valida. Õpetaja saab teavet oma õpetamise tulemuslikkuse kohta ning sisendit nii õppetegevuse kui ka iseenda pädevuste arendamiseks. Hindamise alus on valdkonna ainekavades kirjeldatud õpitulemused kooliastmete kaupa. Hindamisega toetatakse kooliastme lõpuks taotletavate teadmiste ja oskuste omandamist, hoiakute kujunemist ning valdkonnapädevuse saavutamist.

Õppeprotsessi käigus rakendatakse kujundavat hindamist, kus õpilane saab suulist tagasisidet oma õpitulemuste saavutamise taseme ning tugevate külgede ja arenguvõimaluste kohta. Kokkuvõttev hindamine toimub üldjuhul õppeperioodi või mahuka õppeteema lõpul, et kontrollida nii õppetöös püstitatud eesmärkide saavutamist kui ka riikliku õppekavaga sätestatud õpitulemuste saavutatust. Teema kokkuvõttev hinne võib kujuneda õppeperioodi jooksul toimunud hindamise tulemusena, seejuures arvestatakse, et hinnetel võib sõltuvalt töö mahust olla erinev kaal.

Õpilasele on õppeprotsessi alguses teada, mida ja millal hinnatakse, milliseid hindamisvahendeid kasutatakse ning millised on hindamise kriteeriumid. Õpilast suunatakse õppeprotsessi käigus oma õppimist ja püstitatud eesmärkide saavutamist analüüsima ja reflekteerima. Kirjalikke ülesandeid hinnates arvestatakse eelkõige töö sisu, kuid pööratakse tähelepanu ka õpilase keelekasutusele, sh erialaste terminite õigele kasutusele ja õigekirjale, mis üldjuhul ei mõjuta tööle antavat hinnangut. Erineva keerukusastmega teadmiste, oskuste ja hoiakute hindamise võimaldamiseks kasutatakse mitmekesiseid hindamisviise ja -vorme, et veenduda õpitulemuste saavutamises.

Selleks et paremini aru saada õpilastel tekkinud raskustest, õpilünkadest või lahendusideedest, saab hindamismeetodina kasutada näiteks tagasiside testi nii paberil kui ka virtuaalses keskkonnas, kontrolltööd, valjusti mõtlemist (läbirääkimine), ülesannete lahenduste esitlust jmt. Hindamisvahendi ja -viisi valik sõltub püstitatud õppe-eesmärkidest ja eeldatavast õpitulemusest. Õpet kavandades ning sellest tulenevalt ka hinnates võetakse aluseks tunnetuslikud protsessid:

- 1) faktide, protseduuride ja mõistete teadmist (meenutamine, äratundmine, info leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine jmt);
- 2) teadmiste rakendamise oskust (meetodite valimine, matemaatilise info eri viisidel esitamine, modelleerimine, rutiinsete ülesannete lahendamine jmt);
- 3) arutlemisoskust (põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine jmt).

Ülesande **keerukusastmed** (läbi kolme dimensiooni: struktuur, eelteadmised, tugi):

- 1) ülesanne on detailselt struktureeritud, selles on vähe samme ning ei sisaldu uusi elemente (või maksimaalselt üks), lahendusstrateegia ülesande lahendamiseks on õpilasele teada ja/või ülesanne on toetatud suurel määral abimaterjalidega, vihjetega või õpetaja toega;
- 2) ülesande raames vajab õpilane eelteadmisi eelnevast keerukusastme õpitegevusest ning selles sisaldub kuni kaks uut elementi, seega interaktsioonide arv eelteadmiste ja oskuste vahel on suurem; tugi ülesande lahendamisele on väiksem, kuna õpilaste aktiveeritud eelteadmiste ja oskuste hulk on olukorrale vastav;
- 3) ülesanne on lahendamise struktuuri mõttes avatud; lisaks eelmistel tasemetel aktiveeritud teadmiste vajab õpilane ülesande lahendamisel ka muid varasemaid eelteadmisi; ülesande raames tuleb integreerida aktiveeritud teadmisi uuel kujul; tugi õppimisel on suunav.

RUUTVÕRRAND JA RUUTFUNKTSIOON (ca 40 tundi)	
ARVU RUUTJUUR	
• Õpitulemus	Õppesisu
Õpilane: • selgitab arvu ruutjuure tähendust; ◦ <i>selgitab ruutjuure mõistet ja arvu ruutjuure tähendust;</i> • leiab peast või taskuarvutil ruutjuure; ◦ <i>leiab peast või kalkulaatoril ruutjuure;</i> ◦ <i>leiab arvu ruutjuure kümnendlähendi;</i> ◦ <i>oskab leida ruutjuurt korrutisest ja jagatisest;</i> ◦ <i>oskab tuua tegurit juuremärgi ette ja viia tegurit juuremärgi alla.</i> • sõnastab oma tõlgendusi ja põhjendusi; • hindab kriitiliselt saadud tulemusi.	Arvu ruutjuur. Ruutjuur korrutisest ja jagatisest. Teguri toomine juuremärgi ette ja teguri viimine juuremärgi alla.

Eelteadmised, metoodilised soovitused õpitulemuse saavutamiseks	Üldpädevuste toetamine
Õpilase eelteadmised: • Teab varasemalt õpitud arvuhulki: naturaalarvude, täisarvude ja ratsionaalarvude hulka. • Teab, mis on arvu kümnendlähend ning oskab seda leida. • Teab arvu ruutu tõstmise algoritmi ning oskab seda rakendada ratsionaalarvudega arvutamisel. • Põhjendab astendamise reegleid ning oskab neid rakendada. Metoodilised soovitusused, tähelepanekud Arvu ruutjuure mõiste käsitlemisel tasub õpilastele tutvustada algebralise ja aritmeetilise ruutjuure tähendusi (vt näiteülesanded). Arvu ruutjuure leidmise tähendust soovitame siduda tihedalt eluga, luues õpilasel võimaluse intuiivselt lahendada lihtsamaid mittetäielikke ruutvõrrandeid elulise sisuga ülesannetes. Järgneb näide ühest võimalikust ülesandest. Näide. Ruudukujulise põrandaga toa kõrgus on 3 meetrit ja toa ruumala on 192 ruutmeetrit. Leia põrand mõõtmed. Ülesande lahendamiseks soovitame kasutada rühmatööd või paaristööd, samas on sobilik ka arutelu terve klassiga. Oluline on julgustada õpilasi oma arutlusi suuliselt väljendada ning põhjendada oma otsuseid või tehteid. Taoliste ülesannete eesmärk on julgustada õpilast arutlema, kuidas jõuda tulemuseni ning pakkuda võimalust avastada arvu ruutjuure mõistet. Õpilased ei pea veel selles etapis oskama ülesandele pakkuda korrektse vormistusega lahenduskäiku, kuna sellega tegeletakse juba peatselt ruutvõrrandi teema juures. Õpiraskusega õpilase puhul võib abiks olla arvude ruutude tabel, mille	Suhtluspädevuse arendamisel toetame õpilast korrektsel keelekasutusel: õpilane suudab ennast selgelt, asjakohaselt ja viisakalt väljendada; väärtustada õigekeelsust ja väljendusrikast keelt ning kokkuleppel põhinevat suhtlemisviisi.

kasutamist tuleb õpilasele õpetada ning kasutamist õpilasega harjutada.	
Õppeprotsessi diferentseerimine	Lõiming
Näiteülesanded keerukusastmete alusel A. $12^2 = 12 \cdot 12 = 144$, sest $\sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$ Pöörata tähelepanu algebralise ruutjuure ja aritmeetilise ruutjuure mõistele (vastavalt näited $\sqrt{9} = \pm 3$ ja $\sqrt{25} = 5$) ja millal neid kasutatakse. B. Arvuta $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} - \sqrt{3600} + \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{4}{9}}$. C. 1. Vii tegur juuremärgi alla $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{\frac{1}{2}}$. 2. Too tegur juuremärgi ette ja koonda sarnased liikmed. $\sqrt{500} - \sqrt{75} - 2\sqrt{20} + \sqrt{27}$	Ainesisene lõiming on seotud teemadega ruutvõrrand, ruutfunktsioon ja täisnurkse kolmnurga lahendamine. Antud teema on oluline alus eelnevalt nimetatud teemadega edukaks toimetulekuks. Tehnoloogiaõpetuses saab õpilastega kasutada teadmisi juba intuiitiivselt ruudukujuliste esemete mõõtmete leidmisel etteantud pindala korral.

Ruutvõrrand	
• Õpitulemus	Õppesisu

Õpilane: - lahendab täielikke ja mittetäielikke ruutvõrrandeid; <i>eristab ruutvõrrandit teistest võrranditest;</i> <i>nimetab ruutvõrrandi liikmed ja nende kordajad;</i> <i>viib ruutvõrrandeid normaalkujule;</i> <i>saab aru, mis tingimustel on ruutvõrrand täielik või mittetäielik;</i> <i>taandab ruutvõrrandi;</i> <i>lahendab mittetäielikke ruutvõrrandeid;</i> <i>lahendab taandamata ja taandatud täielikke ruutvõrrandeid lahendivalemitega, kasutab sh Viete'i teoreemi;</i> <i>kontrollib ruutvõrrandi lahendeid;</i> <i>selgitab ruutvõrrandi lahendite arvu sõltuvust diskriminandist.</i> - koostab eakohaseid ning elulisi probleemülesandeid; <i>koostab ja lahendab tekstülesandeid, mis lahenduvad ruutvõrrandi abil.</i> - sõnastab oma tõlgendusi ja põhjendusi; <i>oskab näha ja sõnastada matemaatiliselt lahenduvaid probleeme (formuleeri), neid lahendada ja tulemust tõlgendada.</i>	Ruutvõrrand. Ruutvõrrandi lahendivalem. Ruutvõrrandi diskriminant. Taandatud ruutvõrrand. Taandatud ruutvõrrandi lahendivalem. Viete'i teoreem. Lihtsamate, sh igapäevaeluga seonduvate, tekstülesannete lahendamine ruutvõrrandiga.
Eelteadmised, metoodilised soovitused õpitulemuse saavutamiseks	Üldpädevuste toetamine
Õpilase eelteadmised: - Teab võrrandi mõistet. - Oskab lahendada lineaarvõrrandit.	Antud teema õpetamisel toetatakse õpilase ettevõtlikkuspädevust andes õpilasele võimaluse luua loomingulisi ülesandeid (vt näiteülesannete C tase). Õpilane suudab genereerida ideid ja neid ellu viia, kasutades omandatud teadmisi ja oskusi erinevates elu- ja tegevusvaldkondades.

• Oskab nimetada lineaarvõrrandi lineaarliiget, lineaarliime kordajat ja vabaliiget. • Oskab kontrollida võrrandi lahendit. Metoodilised soovitused, tähelepanekud Õpetaja otsustada on, millises järjekorras (või ka paralleelselt) õpetatakse teemasid ruutvõrrand ja ruutfunktsioon. Oluline on teadvustada, et teemade käsitlemisel võiks korduvalt viidata ja luua seoseid eespool õpituga või tulevikus õpitavaga, et õpilased suudaksid näha, kuidas ühe teema omandamine toetab teise teema omandamist. Näiteks võiks õpetamisel pöörata õpilaste tähelepanu sellele, kuidas ruutfunktsiooni ruutliikme kordaja väärtus ja vabaliikme väärtus mõjutavad graafiku kuju ja asendit ning kus paiknevad ruutfunktsiooni nullkohad koordinaatteljestikus ja millist ruutvõrrandit ruutfunktsiooni nullkohtade leidmiseks lahendati. Ruutvõrrandite tutvustamisel julgustame õpetajaid kasutama lihtsamaid tekstülesandeid, et õpilased saaksid võimaluse koostada iseseisvalt või õpetaja abiga ruutvõrrandeid, mida õpilane ei pea isegi oskama veel lahendada. Oluline on, et õpilane tajub ruutvõrrandite seost eluga ning näeb vajadust osata lahendada ruutvõrrandit. Samas, kui õpilased ilmutavad soovi ülesandeid lõpuni lahendada, siis loogilise arutluse teel ja õpetaja abiga on see võimalik. Ülesannete lahendamiseks tasub tutvustada õpilastele ka Polya skeemi. Näited erinevatest tekstülesannetest ruutvõrrandite teema tutvustamisel:	Õpilane suudab tegevuses olles näha probleeme ja neis peituvaid võimalusi, aidata kaasa probleemide lahendamisele. Samamoodi on toetatud digipädevuse arendamine, kuna õpilast toetatakse digitehnoloogia kasutamisel. Õpilane osaleb digitaalses sisuloomes, sh tekstide, piltide, multimeediumide loomisel ja kasutamisel. Samuti oskab õpilane oma tulemuste kontrollimiseks kasutada sobivaid digivahendeid ja -võtteid ning suhelda ja teha koostööd erinevates digikeskkondades.
--	---

Näide 1. Karl plaanis poes osta kindla koguse kommikarpe võistluse auhindadeks. Oma üllatuseks avastas Karl poes, et ühe kommikarbi hind oli sama kui ostetavate kommikarpide kogus. Poe kassas maksis Karl 225 eurot. Leia, mitu kommikarpi Karl poest ostis.

Näide 2. Tuli välja, et kahe samade mõõtmetega ruudukujulise palliplatsi pindala on sama, mis ühe ristkülikukujulise pargi pindala. Selle ristkülikukujulise platsi pikkus on 14 m ja laius on sama, kui ruudukujulise palliplatsi üks serv. Leia ruudukujulise palliplatsi mõõtmed.

Näide 3. Ristkülikukujulise põllu pikkus on laiuselt 1 m võrra pikem. Põllu pindala on 20 ruutmeetrit. Leia põllu mõõtmed.

Lisaks ruutvõrrandi lahendivalemile õpivad õpilased taandatud ruutvõrrandit lahendada ka taandatud ruutvõrrandi lahendivalemiga ja Viète'i teoreemiga. Seejuures peaks õpilastele ruutvõrrandi lahendivalemit ja Viète'i teoreemi tutvustama vastavalt läbi avastusõppe ja põhjuslike seoste.

Õpiraskustega õpilasel võib olla raskusi mittetäielike ruutvõrrandite lahendamisega, pigem üritavad raskustes õpilased rakendada täieliku ruutvõrrandi lahendivalemit ka mittetäieliku ruutvõrrandite puhul. Kui õpilane on valinud sellise tee, siis vajab ta abi selle valemi rakendamisel mittetäielike ruutvõrrandite lahendamisel. Oluline on, et õpilane leiab enda jaoks võimaluse edukalt ruutvõrrandeid lahendada. Seejuures ei ole tingimata oluline, et õpiraskustes õpilane oskab rakendada Viète'i teoreemi või taandatud täieliku ruutvõrrandi lahendivalemit. Kindlasti vajavad õpiraskustega õpilased rohkem aega mõtestamiseks ning õpetaja abi

ruutvõrrandi diskriminandi leidmisel.	
Õppeprotsessi diferentseerimine	Lõiming
Näiteülesanded keerukusastmete alusel Hindelist ülesannete puhul teavitab õpetaja õpilasi enne tööd hindamismaatriksist Näited, tuginedes keerukusastmetele ja matemaatilistele protsessidele. A. 1. Leia võrrandite seast ruutvõrrandid. a) $2x + x^2 + 3 = 0$ b) $2x - 1 = 0$ c) $\frac{x^2}{5} + x = 0$ d) $4(x - 3) = 0$ 2. Lahenda võrrandid: a) $x^2 - 2x - 8 = 0$ b) $x - 2 + x^2 = 0$ (lahendamiseks võib õpilane kasutada mistahes sobivat viisi). B. 1. Lahenda võrrandid: a) $4x^2 = 0$ b) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{x}{2} = 0$ c) $100 - 4x^2 = 0$ d) $24 = 3x(x - 2)$ e) $(1 - x)(x + 5) = 0$ 2. Lahenda võrrandid: a) $(x + 1)^2 - x(1 - x) = 2$ b) $\frac{x(x-2)}{8} - \frac{18-x}{4} = 0$ 3. a) Ristkülikukujulise toa põranda pindala on 40 m^2. Koosta võrrand, mille abil saad leida toa põranda pikema ja lühema külje pikkused. (Matemaatiline protsess <i>formuleeri</i>)	Õpilane oskab ruutvõrrandi koostamise ja lahendamise oskust ning tulemuste tõlgendamist rakendada füüsikas, geograafias, tehnoloogiaõpetuses.

b) Lahenda võrrand $x(x + 7) - x = 7$. (Matemaatiline protsess *lahenda*)

c) Ristkülikukujulise toa põranda pindala on 40 m^2 . On teada, et põranda pikema külje ja lühema külje vahe on 3 m. Tiina ja Jüri otsustasid koostada ülesande lahendamiseks erinevad võrrandid. Uuri õpilaste koostatud võrrandeid.

- Tiina tähistas põranda pikema külje tundmatuga x ning koostas võrrandi $x(x - 3) = 40$ ja lahendas selle.
- Jüri tähistas põranda pikema külje tundmatuga x ja lühema külje tundmatuga y , koostas võrrandisüsteemi $\{x - y = 3; xy = 40\}$ ning lahendas selle.

Vali alljärgnevatest väidetest õige ja põhjenda oma otsust.

- 1) Tiina koostas õige võrrandi.
- 2) Jüri koostas õige võrrandi.
- 3) Mõlemad lapsed koostasid õige võrrandi.

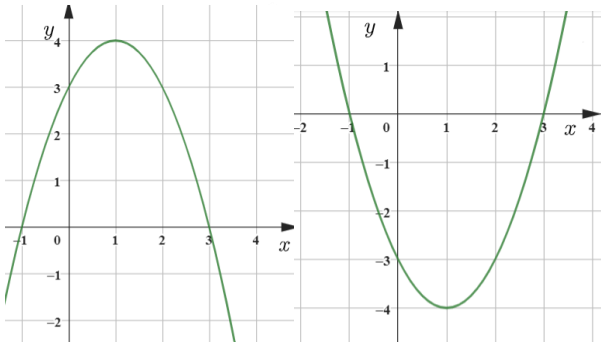
(Matemaatiline protsess *tõlgenda*)

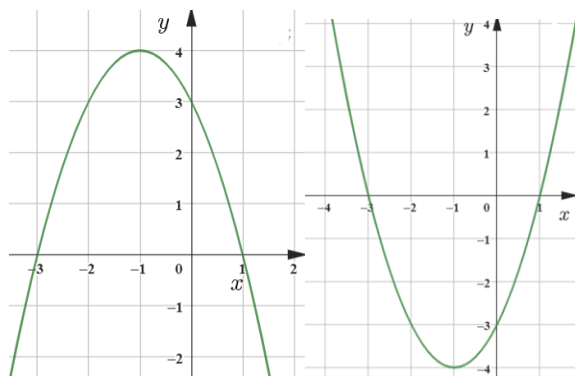
C. Elulise sisuga tekstülesande vastuseks on 180 €. Koosta elulise sisuga tekstülesanne, mis eeldab ruutvõrrandi koostamist ja lahendamist nii, et selle ruutvõrrandi vastuseks on antud arv koos ühikuga. Lahenda see ülesanne ja esita ülesande tekst koos lahendusega.

RUUTFUNKTSIOON

• Õpitulemus	Õppesisu
Õpilane: • selgitab ruutfunktsiooni nullkohtade ja haripunkti tähendust ja omavahelist seost, leiab need valemist ning jooniselt; ○ <i>eristab lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni ning nende graafikuid;</i> ○ <i>nimetab ette antud ruutfunktsiooni ruutliikme, lineaarliikme ning nende kordajad ja vabaliikme;</i> ○ <i>selgitab ruutliikme kordaja ja vabaliikme geomeetrilist tähendust;</i> ○ <i>selgitab nullkohtade tähendust;</i> ○ <i>leiab nullkohad parabooli graafikult;</i> ○ <i>arvutab ette antud ruutfunktsiooni nullkohad;</i> ○ <i>loeb jooniselt parabooli haripunkti koordinaadid ning arvutab parabooli haripunkti koordinaadid;</i> • joonestab etteantud funktsiooni graafiku (sirge, hüperbooli, parabooli) nii käsitsi kui ka arvutiprogrammiga ning loeb graafikult funktsiooni ja argumendi väärtusi; ○ <i>eristab võrdelist seost pöördvõrdelisest seosest;</i> ○ <i>oskab õpetaja juhendamisel elulisest olukorrast luua parabooli mudeli ning selle abil lahendada lihtsamaid ülesandeid ja tõlgendada saadud tulemusi;</i> • selgitab arvutiga tehtud dünaamilisi jooniseid kasutades funktsiooni graafiku asendi ja kuju sõltuvust funktsiooni avaldises olevatest kordajatest (ruutfunktsiooni korral ainult ruutliikme kordajast ja vabaliikmest); • otsib, loeb ja mõistab iseseisvalt õppematerjalides olevaid tekste; • sõnastab oma tõlgendusi ja põhjendusi.	Taandamata ja taandatud, täielik ja mittetäielik ruutvõrrand. Ruutfunktsioon $y = ax^2 + bx + c$, selle graafik. Parabool. Parabooli nullkohad ja haripunkt.

Eelteadmised, metoodilised soovitused õpitulemuse saavutamiseks	Üldpädevuste toetamine
Õpilase eelteadmised: • Teab funktsiooni mõistet. • Oskab kanda punkte koordinaatteljestikku ja lugeda graafikult punkti koordinaate. • Oskab lahendada ruutvõrrandit. • Oskab nimetada ruutliiget, lineaarliiget ja nende kordajaid ning vabaliiget. Metoodilised soovitused, tähelepanekud Soovitame luua tihedad omavahelised seosed teemade <i>ruutvõrrand</i> ja <i>ruutfunktsioon</i> käsitlemisel (vt eelneva teema metoodilisi soovitusi). Ruutfunktsiooni graafiku õpetamisel soovitame saavutada õpilastega vilumus ruutfunktsiooni skitseerimiseks käsitsi, kuid soovitame paralleelselt skitseerimisega korduvalt kasutada digivahendeid erinevate seoste avastamiseks. Võimaluse korral soovitame kasutada GeoGebra, Desmost, vm selleks, et õpilased saaksid luua elulise sisuga ülesandeid teistele lahendamiseks. Näide. Soovitame paluda õpilastel valida foto või teha foto (lõiming: andmekaitse) paraboolikujulisest esemest, importida see programmi koordinaatteljestikule (lõiming: digipädevus), programmis lisada paraboolikujulisele esemele ruutfunktsiooni graafik ning luua elulise sisuga ülesanne.	Antud teema õpetamisel toetatakse õpilase ettevõtlikkuspädevust andes õpilasele võimaluse luua loomingulisi ülesandeid (vt metoodiliste soovitusel elulise näite soovitus). Õpilane suudab ideid luua ja ellu viia, kasutades omandatud teadmisi ja oskusi erinevates elu- ja tegevusvaldkondades. Õpilane suudab tegevuses olles näha probleeme ja neis peituvaid võimalusi, aidata kaasa probleemide lahendamisele. Samamoodi on toetatud digipädevuse omandamine, kuna õpilast toetatakse digitehnoloogia kasutamisel. Õpilane osaleb digitaalses sisuloomes, sh tekstide, piltide, multimeediumide loomisel ja kasutamisel. Samuti oskab õpilane oma tulemuste kontrollimiseks kasutada sobivaid digivahendeid ja võtteid ning suhelda ja teha koostööd erinevates digikeskkondades. Oluline on, et õpilane suudab leida ja säilitada digivahendite abil infot ning hinnata selle asjakohasust ja usaldusväärsust (andmekaitse). Õpilane on teadlik digikeskkonna ohtudest ning oskab kaitsta privaatsust, isikuandmeid ja digitaalset identiteeti. Digikeskkonnas järgib õpilane samu moraali- ja väärtuspõhimõtteid nagu igapäevaelus. Õpilane oskab märgata teemale vastavalt paraboolikujulisi esemeid igapäevaelus ning luua eluga seotud ülesandeid

Õppeprotsessi diferentseerimine	Lõiming
Näiteülesanded keerukusastmete alusel A. 1. Vali, milline joonis vastab ruutfunktsiooni $y = -x^2 + 2x + 3$ graafikule. 	Antud teemat saab lõimida ka tehnoloogiaõpetusesse ja kunstiõpetusse erinevatel viisidel. Üheks võimaluseks on kunstiprojektide loomine digivahendite abil võttes inspiratsiooniks nt kunstniku Kandinsky tehtud tööd). Teiseks võimaluseks on praktiline väljund paraboolikujuliste detailidega esemete loomiseks. Füüsikas kasutatakse liikumisgraafikutel ka parabooli, mida saab teadlikumalt siduda matemaatika tunnis õpituga.



2. Visanda järgmiste ruutfunktsioonide graafikud:

a) $y = x^2 - 4$ b) $y = 3x - x^2$ c) $y = (x - 1)(x + 2)$

B. Leia funktsioonide a) $y = (x + 3)^2$ b) $y = x^2 + x - 3,75$
c) $y = -x^2 + 2x - 3$ nullkohad, haripunkti koordinaadid ja joonesta funktsioonide graafikud.

Kontrolli oma tulemusi arvutiprogrammi abil.

C. (Põhikooli eksamiülesanne 2022. aastast) On antud funktsioon $y = x^2 - 2x - 3$.

1. Arvuta funktsiooni graafiku ja x -telje lõikepunktide koordinaadid.
2. Arvuta funktsiooni graafiku haripunkti koordinaadid.
3. Joonesta antud koordinaatteljestikus selle ruutfunktsiooni graafik.
4. Kontrolli arvutustega, kas punkt $M(-15; 252)$ asub sellel graafikul.

RATSIONAALAVALDISED (ca 40 tundi)	
ALGEBRALISE MURRU TAANDAMINE, KORRUTAMINE, JAGAMINE JA ASTENDAMINE	
• Õpitulemus	Õppesisu
Õpilane: • üldistab harilike murdude arvutusreeglid algebralistele murdudele; ◦ <i>teab hariliku murru ja algebralise murru põhiomadust;</i> ◦ <i>tegurab ruutkolmliikme vastava ruutvõrrandi lahendamise.</i> • taandab ja laiendab algebralist murdu ning liidab, lahutab, korrutab ja jagab kaht algebralist murdu; ◦ <i>taandab algebralise murru, kasutades hulkliikmete tegurdamist (korrutamise abivalemid, sulgude ette toomine; ruutkolmliikme tegurdamine);</i> ◦ <i>korrutab, jagab ja astendab algebralisi murde positiivse täisarvulise astendajaga.</i> • loeb iseseisvalt ja mõistab õppematerjalides olevaid tekste.	Ruutkolmliikme tegurdamine. Algebraline murd, selle taandamine. Murru põhiomadus. Tehted algebraliste murdudega.
Eelteadmised, metoodilised soovitused õpitulemuse saavutamiseks	Üldpädevuste toetamine
Õpilase eelteadmised: • Teab murru lugeja ja nimetaja mõistet. • Oskab harilikke murde taandada, korrutada ja jagada. • Oskab hulkliiget koondada. • Oskab hulkliiget tegurdada tuues ühise teguri sulgude ette ja/või kasutades abivalemit.	Antud teema õpetamisel toetatakse õpilast matemaatika-, loodusteaduste ja tehnoloogiaalane pädevuse omandamisel. Õpilane suudab tänu sellele teemale kasutada matemaatikale omast keelt, sümbboleid, meetodeid koolis ja igapäevaelus ning kasutada tehnoloogiat eesmärgipäraselt.

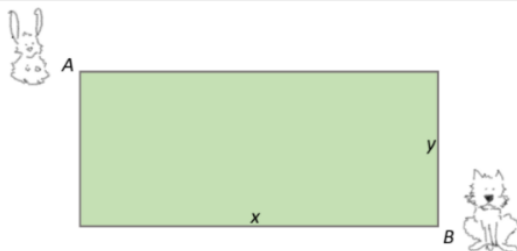
Metoodilised soovitused, tähelepanekud Tehted algebraliste murdudega võivad õpilastele jääda elukaugeks, kuna suurem rõhuasetus kipub minema avaldiste lihtsustamisele. Soovitame tulla teema õppimise jooksul erinevatel viisidel meenutada õpilastele algebraliste murdude sidet eluliste situatsioonidega. Ideede allikaks võivad olla Videoõpsi videod (Digitunni raames loodud videod 9. klassi algebrale) https://www.youtube.com/playlist?list=PL70HIWp0tGWDvYAaiP-cUoCDPeK1tNrBU või Digitunni õppematerjal https://sites.google.com/view/mat-digitund/2022-aastal-valminud-digitunnid-ja-%C3%BCldised-soovitused. Kui võimalik, siis ruutkolmliikme tegurdamiseks võivad õpilased kasutada abivalemeid aga ka ruutvõrrandi lahendivalemit (ehk diskriminandi väärtus on null). Õpiraskustega õpilane vajab selle teema õppimisel rohkem aega ja suure tõeäosusega ka valemilehte.	Teema edukas omandamine aitab kaasa informaatikaõpetuse ja programmeerimise algtõdede mõistmisele.
Õppeprotsessi diferentseerimine	Lõiming
Näiteülesanded keerukusastmete alusel A. 1. Vali, milline järgnevatest on algebraline murd: a) $2x - 6y$ b) $\frac{2}{x}$ c) $\frac{a+b}{a^2-b^2}$ 2. Olgu algebralise murru lugeja murru nimetaja on murru lugejast 3 võrra väiksem. Koosta see algebraline murd.	Õpilane oskab tänu teema edukale omandamisele füüsikas ülesannete lahendamiseks kombineerida vajalikke valemeid ning lihtsustada keerukamaid seoseid.

3. Leia algebralise murru $\frac{2-a}{a^2+3}$ väärtus, kui $a = -1$.

B. Taanda murrud a) $\frac{x^2-9}{3+x}$ b) $\frac{a^2+2a+1}{2a+2}$ c) $\frac{x^2+3x+2}{(x-1)(x+2)}$

(Algebraliste murdude korrutamisel, jagamisel ja astendamisel kasutatakse antud alaülesandega analoogse keerukusastmega algebralisi murde.)

C. Algajale programmeerijale tehti ülesandeks panna jänes ja hunt teineteise järel jooksmas mööda ristkülikukujulist rada. Raja mõõtmed on x meetrit ja y meetrit (vt joonist).



Jänes alustab jooksu punktist A ning joostes mööda rada jõuab ta punkti A tagasi z minutiga.

Hunt alustab jooksu punktist B . Terve raja läbib hunt 5 minutit kiiremini kui jänes.

Aita mängu programmeerijal avaldada jänese ja hundi liikumiskiirused.

ALGEBRALISE MURRU LAIENDAMINE, LIITMINE JA LAHUTAMINE	
• Õpitulemus	Õppesisu
Õpilane: • üldistab harilike murdude arvutusreeglid algebralistele murdudele; ◦ <i>laiendab algebralisi murde.</i> • taandab ja laiendab algebralist murdu ning liidab, lahutab, korrutab ja jagab kaht algebralist murdu; ◦ <i>laiendab algebralisi murde;</i> ◦ <i>liidab ja lahutab kaht algebralist murdu.</i> • loeb iseseisvalt ja mõistab õppematerjalides olevaid tekste.	Ruutkolmliikme tegurdamine. Algebraline murd, selle taandamine ja laiendamine. Murru põhiomadus. Tehed algebraliste murdudega.
Eelteadmised, metoodilised soovitused õpitulemuse saavutamiseks	Üldpädevuste toetamine
Õpilase eelteadmised: • Teab murru lugeja ja nimetaja mõistet. • Teab hariliku murru põhiomadust. • Oskab harilikku murdu taandada ja laiendada, korrutada ja jagada, liita ja lahutada. • Oskab hulkliiget koondada. • Oskab hulkliiget tegurdada tuues ühise teguri sulgude ette ja/või kasutades abivalemit. • Teab algebralise murru mõistet ja algebralise murru põhiomadust. • Oskab tehteid harilike murdudega üldistada tehetele algebraliste murdudega.	Antud teema õpetamisel toetatakse õpilast matemaatika-, loodusteaduste ja tehnoloogiaalase pädevuse omandamisel. Õpilane suudab tänu sellele teemale kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid, meetodeid nii koolis kui ka igapäevaelus ning kasutada tehnoloogiat eesmärgipäraselt. Teema edukas omandamine aitab kaasa informaatikaõpetuse ja programmeerimise algtõdede mõistmisele.

Metoodilised soovitused, tähelepanekud Liikudes ühenimeliste algebraliste murdude liitmiselt ja lahutamisel edasi erinimeliste algebraliste murdude liitmisele ja lahutamisele, tasub teha seda suurendades keerukusastet järgides õpilaste intuitsiooni ning tüüpvigu. Näiteks $\frac{2}{a+b} + \frac{1}{a+b}$ ja $\frac{2}{a+b} + \frac{1}{b+a}$ versus $\frac{2}{a-b} + \frac{1}{a-b}$ ja $\frac{2}{a-b} + \frac{1}{b-a}$. Pöörata tähelepanu sellele, et õpilased kipuvad nt tehtes $\frac{a}{a+1} + \frac{1}{a}$ tegema tüüpvigadena järgmist: 1) taandavad esimese liidetava lugejast üksliikme a ja nimetajast hulkliikmest liidetava a. Lahendus: tuua näiteks analoogne tehe harilike murdudega ning näidata, et taoline taandamine ei ole õige. 2) laiendama esimest murdu arvuga 1 ja teist murdu arvuga +1 andmata endale aru, et laiendamine ei tähenda lugejale ja nimetajale ühe ja sama arvu liitmist. Lahendus: meenutada õpilastele murru laiendamise algoritmi. Õpiraskustega õpilane vajab selle teema omandamiseks rohkem aega ja suure tõenäosusega ka valemilehte, kus kirjas nt abivalemid ning näidisülesandeid.	
Õppeprotsessi diferentseerimine	Lõiming
Näiteülesanded keerukusastmete alusel A. 1. Leia, millega võrdub $A + B$ ja $A - B$, kui $A = \frac{x+2}{4x}$ ja $B = \frac{2+3x}{4x}$.	Õpilane oskab tänu teema edukale omandamisele füüsikas ülesannete lahendamiseks kombineerida vajalikke valemeid ning lihtsustada keerukamaid seoseid.

2. Leia järgmiste algebraliste murdude summa ja vahe a) $\frac{5}{x}$ ja $\frac{1}{3x}$ b) $\frac{2}{y+1}$ ja $\frac{1}{y}$ c) $\frac{2a}{a-b}$ ja $\frac{a}{b-a}$ B. 1. Tee järgmised tehted: a) $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2+a}$ b) $\frac{2}{3x+3y} + \frac{y}{x^2-y^2}$ c) $\frac{2}{x^2-25} - \frac{1}{25-10x+x^2}$ 2. https://sisuloome.e-koolikott.ee/node/7858 C. 1. Tee tehe $\frac{2(1,5x+1)}{3x+3} + \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$. 2. https://e-koolikott.ee/et/oppematerjal/32207-Erinimeliste-algebraliste-murdude-liitmine-ja-lahutamine/295366#295370-Matemaatilise-tulemuse-tolgendamise-Aktsia-hinna-maaramise-olukord	
--	--

RATSIONAALAVALDISTE LIHTSUSTAMINE	
• Õpitulemus	Õppesisu
Õpilane: - lihtsustab kahetehtelisi ratsionaalavaldisi; - loeb iseseisvalt ja mõistab õppematerjalides olevaid tekste.	Ruutkolmliikme tegurdamine. Algebraline murd, selle taandamine ja laiendamine. Murru põhiomadus. Tehted algebraliste murdudega.

Eelteadmised, metoodilised soovitused õpitulemuse saavutamiseks	Üldpädevuste toetamine
Õpilase eelteadmised: • Teab murru lugeja ja nimetaja mõistet. • Teab murru põhiomadust. • Oskab harilikku murdu taandada ja laiendada, korrutada ja jagada, liita ja lahutada. • Oskab koondada hulkliiget. • Oskab tegurdada hulkliiget tuues ühise teguri sulgude ette ja/või kasutada abivalemit. • Teab algebralise murru mõistet ja algebralise murru põhiomadust. • Oskab tehteid harilike murdudega üldistada tehetele algebraliste murdudega. Metoodilised soovitused, tähelepanekud Pöörata tähelepanu tehete järjekorrale avaldise lihtsustamisel. Ratsionaalavaldiste lihtsustamisel saab õpilasele tüüpiliselt saatuslikuks teadmiste lünk varasemast. Takistuse ilmnedes soovitame teha õpilastega diagnostilise testi, et puuduv teadmine tuvastada. Õpiraskustega õpilane vajab selle teema õppimisel rohkem aega ja suure tõenäosusega ka valemilehte, kus kirjas nt abivalemid.	Antud teema õpetamisel toetatakse õpilast matemaatika-, loodusteaduste ja tehnoloogiaalane pädevuse omandamisel. Õpilane suudab tänu sellele teemale kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid, meetodeid koolis ja igapäevaelus ning kasutada tehnoloogiat eesmärgipäraselt. Teema edukas omandamine aitab kaasa informaatikaõpetuse ja programmeerimise algtõdede mõistmisele.
Õppeprotsessi diferentseerimine	Lõiming
Näiteülesanded keerukusastmete alusel	Õpilane oskab tänu teema edukale omandamisele füüsikas ülesannete lahendamiseks kombineerida vajalikke vameid ning lihtsustada keerukamaid seoseid.

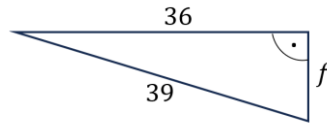
A. Lihtsusta avaldis $\left(\frac{1}{a+b} + \frac{2b}{a^2-b^2}\right) \cdot \frac{a-b}{ab}$. B. Lihtsusta avaldis $\frac{a^2-1}{a^2-36} : \left(\frac{6a-1}{a^2+6a} - \frac{6a+1}{6a-a^2}\right)$. C. 1) Lihtsusta avaldis $\left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x+1}\right) \cdot \frac{x^2+x}{x^2+x-2}$.	
---	--

GEOMEETRILISED KUJUNDID (ca 35 tundi)	
PYTHAGORASE TEOREEM	
• Õpitulemus	Õppesisu
Õpilane: • selgitab ja rakendab Pythagorase teoreemi; ◦ tõestab Pythagorase teoreemi; ◦ arvutab korrapärase hulknurga übermõõdu ja pindala (ruut, võrdkülgne kolmnurk, korrapärane kuusnurk); ◦ kasutab Pythagorase teoreemi, vajadusel Thalese teoreemi geomeetriaülesannete lahendamisel. • lahendab geomeetrilise sisuga probleemülesandeid (sh kasutades korrapärase hulknurga omadusi, Thalese teoreemi); • kasutab probleemülesannete lahendamiseks hulknurkade sarnasust (nt	Pythagorase teoreem. Pythagorase teoreemi rakendamine õpitud tasandiliste kujundite joonelementide leidmiseks. Korrapärane hulknurk, selle pindala. Võrdkülgne kolmnurk, ruut, korrapärane kuusnurk. •

maa-alade plaanistamine); • arvutab tasandiliste kujundite (korrapärane hulknurk, kolmnurk, rööpkülik, romb, trapets, ring) joonelemendid, übermõõdu, pindala; • kasutab IKT-vahendeid geomeetriliste seaduspärasuste avastamiseks või kontrollimiseks; • selgitab oma algebra- ja geomeetriaadmiste elulisi rakendusvõimalusi.	
Eelteadmised, metoodilised soovitusd õpitulemuse saavutamiseks	Üldpädevuste toetamine
Õpilase eelteadmised: • Teab varasemalt õpitud hulknurki: ruut, rööpkülik, romb, trapets, kolmnurk, korrapärane hulknurk. • Teab ja oskab rakendada Thalese teoreemi. • Oskab kolmnurki liigitada, teab kolmnurkade omadusi ja kolmnurkadega seotud põhimõisteid. • Teab kaateti ja hüpotenuusi definitsiooni. • Oskab leida kolmnurga pindala. • Teab korrapärase hulknurga apoteemi definitsiooni. • Oskab leida korrapärase hulknurga übermõõdu ja pindala. Metoodilised soovitusd, tähelepanekud Pythagorase teoreemi tõestamisel soovitame vaadata erinevaid võimalusi. Inspiratsiooni leiab siit: https://www.youtube.com/watch?v=YompsDIEdtc Soovitame teha õpilastega koos läbi ühe korrektselt vormistatud tõestuse, kuid lisaks põhjendada teoreemi teiste arutlustega. Soovitame Pythagorase teoreemi õpetamisel anda teoreemi edasi korrektse sõnastusega ning vähem kasutades tähekombinatsiooni a, b, c. Üheks oluliseks põhjuseks kõige muu kõrval on ka see, et õpilasel ei tekiks tõrge, kui kaateti tähiseks ei ole a või b, vaid nt s.	Antud teema õpetamisel toetakse õpilastel kultuuri- ja väärtuspädevuse ning sotsiaalse ja kodamikupädevuse omandamist. Õpilane suudab hinnata inimsuhteid ja tegevusi üldkehtivate moraalnormide seisukohast, kasutades seda rühmatöodes tehes koostööd erinevate kaaslastega. Loomingu väärtustamine, inimlikku kokkupuute hindamine ja erinevate väärtushinnangute aktsepteerimine on au sees. Enesemääratluspädevuse toetamise tõttu läbi individuaalse töö ja paaristöö, suudab õpilane hinnata oma nõrka ja tugevaid külgi ning analüüsida oma käitumist erinevates olukordades, lahendades teadlikult suhtlemisprobleeme.

Tähelepanu võiks pöörata sellele, et õpilane teeb ülesande lahendamiseks vajaliku joonise täiendustega (kõrgus, alus vm) ja tähistustega, kasutades joonestusvahendeid. Oluline on tekstist kirjutada välja andmed, mis võivad olla kirjutatud ka joonise juurde. Lahenduskäigu alguses tuleks kirjutada välja valemid, mis seostuvad antud ja otsitavate suurustega. Õpilane selgitab oma lahenduskäiku. Võimalusel kasutada õuesõpet ning luua erinevaid ülesandeid, mis soodustaksid ka aktiivset liikumist (grupitööna aarete otsimine, mudeli loomine pinnasele vm). Inspiratsiooni leiab ka siit: https://nrich.maths.org/frontpage. Andmete kirjutamine joonisele on eriti oluline õpiraskustega õpilasele. See annab ülevaate olemasolevatest andmetest ja otsitavatest suurustest. Võimalusel kasutada erinevaid värve. Õpiraskustega õpilasele on lahendamisel abiks ka valemileht.	
Õppeprotsessi diferentseerimine	Lõiming
Näiteülesanded keerukusastmete alusel A. 1) Avalda täisnurkse kolmnurga kaatet k, kui kolmnurga teine kaatet on l ja hüpotenuus m. (Matemaatiline protsess <i>formuleeri</i>) 2) Kevin leidis joonisel antud täisnurkse kolmnurga puuduva külje. Uuri Kevini lahenduskäiku ning otsusta, kas lahenduskäik on esitatud korrektselt ning kas ta jõudis õige tulemuseni.	Tehnoloogiaõpetuses ja kunstis (joonestamine) oskavad õpilased Pythagorase teoreemi rakendamise tõttu edukalt lahendada probleemülesandeid või arendada ilumeelt. Ajaloos saab tuua sisse lõimingu Pythagorase kolmikute kasutamisega ehituses.

(Matemaatiline protsess *tõlgenda*)

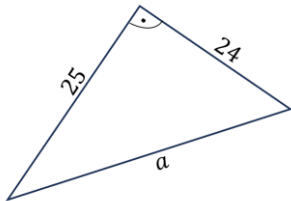


$$f = 39^2 - 36^2$$

$$f = 1521 - 1296$$

$$f = 225$$

3) Leia joonisel oleva kolmnurga puuduva külje pikkus.
(Matemaatiline protsess *lahenda*)



B. 1) Kolmnurga pikim külg on selle kolmnurga ümberringjoone diameeter pikkusega 10 cm. Ülejäänud kahe külje pikkused erinevad 2 cm võrra. Leia kolmnurga pindala.

2) Korrapärase kuusnurga küljepikkus on 6 cm. Leia selle kuusnurga apoteemi, ümbermõõdu ning pindala täpne väärtus.

C. (Põhikooli lõpueksami ülesanne, 2022) Ristküliku $ABCD$ lähisküljed on $AB = 240$ mm ja $AD = 1$ dm.

1. Tähista joonisel ristküliku $ABCD$ tipud A , B , C ja D ning joonest ristküliku tipust A lähtuv diagonaal.
2. Ristküliku diagonaal on ringjoone diameetriks. Joonesta see ringjoon.
3. Arvuta ristküliku diagonaali pikkus sentimeetrites.
4. Arvuta ristküliku pindala ja ringjoone pikkus.



TÄISNURKSE KOLMNURGA TRIGONOMEETRIA

• Õpitulemus

Õppesisu

Õpilane:

- leiab täisnurkse kolmnurga joonelemendid (sh kasutades trigonomeetrilisi seoseid);
 - leiab kalkulaatoriga teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtusi;
- lahendab geomeetrilise sisuga probleemülesandeid (sh kasutades korrapärase hulknurga omadusi, Thalese teoreemi);
- arvutab tasandiliste kujundite (korrapärane hulknurk, kolmnurk,

Nurga mõõtmine. Täisnurkse kolmnurga teravnurga siinus, koosinus ja tangens. Täisnurkse kolmnurga lahendamine.

rööpkülik, romb, trapets, ring) joonelemendid, ümbermõõdu, pindala; • kasutab IKT-vahendeid geomeetriliste seaduspärasuste avastamiseks või kontrollimiseks; • selgitab oma algebra- ja geomeetriaadmiste elulisi rakendusvõimalusi; • sõnastab oma tõlgendusi ja põhjendusi; ◦ <i>selgitab ülesannete lahenduskäiku;</i> • otsib, loeb ja mõistab iseseisvalt õppematerjalides olevaid tekste ◦ <i>tunneb ära probleemid, mis on lahendatavad täisnurkse kolmnurga geomeetria abil. Tõlgib need matemaatika keelde ning lahendab matemaatiliselt ning tõlgendab ja esitab saadud tulemusi.</i>	
Eelteadmised, metoodilised soovitused õpitulemuse saavutamiseks	Üldpädevuste toetamine
Õpilase eelteadmised: • Teab varasemalt õpitud hulknurki: rööpkülik ja selle erijuhud, trapets, kolmnurk, korrapärane hulknurk. • Teab ja oskab rakendada Thalese teoreemi. • Teab kaateti ja hüpotenuusi definitsiooni. • Oskab leida kolmnurga pindala. • Teab korrapärase hulknurga apoteemi definitsiooni. • Oskab leida korrapärase hulknurga ümbermõõtu ja pindala. • Teab Pythagorase teoreemi ning oskab seda rakendada. Metoodilised soovitused, tähelepanekud Nii nagu Pythagorase teoreemi õpetamisel, tasub ka siin pöörata tähelepanu sellele, et täisnurkse kolmnurga kaatetid ei oleks tähistatud vaid kui a ja b ning hüpotenuus kui c. Samuti teravnurgad ei pea olema tähistatud vaid kui	Antud teema õpetamisel toetatakse õpilast matemaatika-, loodusteaduste ja tehnoloogiaalane pädevuse omandamisel. Õpilane suudab tänu sellele teemale kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid, meetodeid koolis ja igapäevaelus ning kasutada tehnoloogiat eesmärgipäraselt. Õpipädevuse ja suhtluspädevuse omandamist toetatakse paaris- ja rühmatöoga, kus õpilasel on vajadus planeerida üheskoos kaaslastega õppimist ja kasutada õpitut probleeme lahendades. Oma mõtteid avaldavad õpilased kaaslasi arvestavalt.

α ja β. Mõningatel õpilastel tekib tugev assotsiatsioon, et täisnurkses kolmnurgas teisiti ei saagi ning tihtilugu õpitakse ka seetõttu teravnurga siinus, koosinus ja tangens pähe mehhaaniliselt tähekombinatsioonidega. Soovitame esitada õppimise faasis eriilmelisi täisnurkseid kolmnurki eri külgedega ja nurkade tähistega. Teravnurga siinuse, koosinus ja tangensi käsitlemisel soovitame kasutada korrektseid sõnastusi. Soovitame võimalusel luua õpilastele õuesõppe tund (rühmatööna, paaristööna) täisnurkse kolmnurga lahendamiseks. Õpilastele tasub meenutada 8. klassis läbiviidud pikkuste kaudset mõõtmist õues, kus kasutati hulknurkade sarnasust. Sellele tuginedes tutvustada õpilastele veel üht võimalust pikkust kaudseks mõõtmiseks täisnurkse kolmnurga trigonomeetria abil (vaja läheb nurgamõõtjat, ei pea olema tingimata digitaalne). Õpiraskustega õpilastele on abiks, kui nad teevad joonise, millele tuginedes on neil kergem mõista teravnurga vastas- ja lähiskaateti asukohti. Kasutada võib ka valemilehest.	
Õppeprotsessi diferentseerimine	Lõiming
Näiteülesanded keerukusastmete alusel A. Täisnurkse kolmnurga kaateti pikkus on 5 cm ja selle külje lähisnurga suurus on 38°. Leia kolmnurga puuduvad küljed, nurgad ja pindala kümnendiku täpsusega. B. Täisnurkse trapetsi lühema haara ja lühema aluse pikkus on 6 cm. Pikema haar moodustab ühe alusega nurga 45°. Leia trapetsi ümbermõõd ja pindala.	Põhikooli trigonomeetriat saab edukalt rakendada füüsikas ülesannete lahendamisel (nt kiirte langemisnurgad), https://opik.fyysika.ee/index.php/book/section/1923#/section/1923. Kaartide koostamine ja lugemine geograafias (siinkohal on hea võimalus tutvustada ka geodeesiat) on seotud muuhulgas ka trigonomeetriaga. Ajaloos saab matemaatikat siduda nurga mõõtmise ajalooga.

C. 1) Põhjenda, miks on täisnurkse kolmnurga teravnurga α siinus vahemikus nullist üheni, st $0 < \sin \alpha < 1$. 2) (Põhikooli lõpueksami ülesanne, 2023) On antud romb ja täisnurkne kolmnurk. Rombi diagonaalid on 10 cm ja 24 cm. Täisnurkse kolmnurga üks teravnurk on 23° ja selle vastaskaatet on 1,2 dm. 1. Arvuta rombi ümbermõõt ja pindala. 2. Arvuta täisnurkse kolmnurga pindala. 3. Põhjenda, kumma kujundi pindala on suurem, kas rombi või kolmnurga?	Samuti on trigonomeetria oluline tehnoloogiaõpetuses ja ehituses.
---	--

RUUMILISED KEHAD (ca 35 tundi)	
PÜRAMIID, SILINDER, KOONUS, KERA	
• Õpitulemus	Õppesisu
Õpilane: • arvutab ruumiliste kujundite (püramiid, silinder, koonus, kera) joonelemendid, pindala ja ruumala; ○ näitab ja nimetab korrapärase püramiidi põhitahu, külgtahud, tipu; kõrguse, külgservad, põhiservad, püramiidi apoteemi, põhja apoteemi; ○ arvutab püramiidi pindala ja ruumala;	Püramiid. Korrapärase nelinurkse püramiidi pindala ja ruumala. Silinder, selle pindala ja ruumala. Koonus, selle pindala ja ruumala.

○ joonestab püramiidi; ○ selgitab, kuidas tekib silinder; ○ näitab ja nimetab silindri telge, kõrgust, moodustajat; põhja raadiust, diameetrit; külgpinda ja põhja pinda; ○ selgitab ning skitseerib silindri telglõiget ja ristlõiget (võimalusel ka digivahendeid kasutades); ○ arvutab silindri pindala ja ruumala; ○ selgitab, kuidas tekib koonus; ○ näitab ja nimetab koonuse moodustajat, telge, tippu, kõrgust, põhja, põhja raadiust ja diameetrit ning külgpinda; ○ selgitab ning joonestab koonuse telglõiget ja ristlõiget (võimalusel ka digivahendeid kasutades); ○ arvutab koonuse pindala ja ruumala; ○ selgitab, kuidas tekib kera; ○ eristab mõisteid sfäär ja kera. ● kasutab IKT-vahendeid geomeetriliste seaduspärasuste kontrollimiseks; ● selgitab oma algebra- ja geomeetriaeadmiste elulisi rakendusvõimalusi; ● koostab eakohaseid ning elulisi probleemülesandeid; ● sõnastab oma tõlgendusi ja põhjendusi; ○ selgitab ülesannete lahenduskäiku; ○ kasutab lahendusidee leidmiseks erinevaid strateegiaid (visualiseerimine, visandamine, seoste kirjapanek; alustamine lõpust).	Kera, selle pindala ja ruumala.
Eelteadmised, metoodilised soovitused õpitulemuse saavutamiseks	Üldpädevuste toetamine
Õpilase eelteadmised:	Antud teema õpetamisel toetatakse õpilase ettevõtlikkuspädevust andes õpilasele võimaluse luua loomingulisi ülesandeid (vt metoodiliste

- eristab lihtsamaid geomeetrilisi kujundeid (punkt, sirg-, kõver- ja murdjoon, lõik, ring, hulknurk, kolmnurk, nelinurk, ruut, ristkülik, kera, kuup, risttahukas, püramiid, silinder, koonus) ja nende põhilisi elemente.
- Rühmitab geomeetrilisi kujundeid nende ühiste tunnuste alusel.
- Teab korrapärase hulknurga apoteemi definitsiooni.
- Oskab leida korrapärase hulknurga übermõõtu ja pindala.

Metoodilised soovitused, tähelepanekud

Ruumiliste kehade kujutamine joonisel on õpilaste jaoks väljakutse. Soovitame üheskoos õpilastega jooniste tegemist harjutada. Andmete kirjutamine joonisele on eriti oluline õpiraskustega õpilasele. See annab ülevaate olemasolevatest andmetest ja otsitavatest suurustest. Võimalusel kasutada erinevaid värve. Õpiraskustega õpilasele on lahendamisel abiks ka valemileht.

Soovitame üheskoos õpilastega luua ka **digitaalseid mudeleid** kehadest, kasutada võib nt programme Geogebra või Desmos.

Ruumiliste **kehade täispindalade** leidmisel soovitame lähtuda mitte niivõrd valemite pähe õppimisest. Selle asemel jagada keha pindadeks, mille pindala leidmine on juba tuttav ning harjutada sellest lähtudes valemi moodustamist. Vähem soodustada pelgalt valemite pähe õppimist.

Ruumalade valemite tuletamisel soovitame toetuda õpilase intuitsioonile ja suunata arutelu soovitud suunas. Võimaluse korral kasutada erinevaid näitlikustavaid kehasid kehade mahtude võrdlemiseks.

Samuti soovitame õpilastega koos luua kehadest **mudeleid**, et harjutada

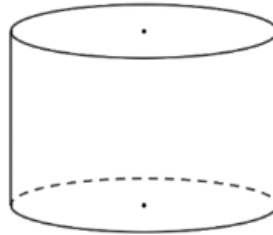
soovituse mudelite loomise ja elulise näite soovitust). Õpilane suudab ideid luua ja ellu viia, kasutades omandatud teadmisi ja oskusi erinevates elu- ja tegevusvaldkondades. Õpilane suudab tegevuses olles näha probleeme ja neis peituvaid võimalusi, aidata kaasa probleemide lahendamisele.

Toetatud on **digipädevuse** omandamist, kuna õpilast toetatakse digitehnoloogia kasutamisel. Õpilane osaleb digitaalses sisuloomes, sh tekstide, piltide, multimeediumide loomisel ja kasutamisel. Samuti oskab õpilane oma tulemuste kontrollimiseks kasutada sobivaid digivahendeid ja võtteid ning suhelda ja teha koostööd erinevates digikeskkondades. Oluline on, et õpilane suudab leida ja säilitada digivahendite abil infot ning hinnata selle asjakohasust ja usaldusväärsust (andmekaitse). Õpilane on teadlik digikeskkonna ohtudest ning oskab kaitsta privaatsust, isikuandmeid ja digitaalset identiteeti. Digikeskkonnas järgib õpilane samu moraali- ja väärtuspõhimõtteid nagu igapäevaelus.

õpilastega tegevuste planeerimist ja ettenägelikkust (kokkuliimimiseks vajaliku varu jätmise) ja käelist tegevust (mõõtmine, murdmine, liimimine, kokkupanek). Õpilastele võiks anda ka keerukamaid ja loovamaid ülesandeid, kus õpilasele jäävad suures osas vabad käed (vt näiteülesanded C osa teine ülesanne). Võimalusel võiks ka siin luua sidet reaalse eluga: nt veetünnist mudeli loomine õiges mõõtkavas.	
Õppeprotsessi diferentseerimine	Lõiming
Näiteülesanded keerukusastmete alusel A. 1) Lisa joonisele õiged mõisted.  (Koonuste joonised veebilehelt https://sites.google.com/view/ruumilisedkehad/koonus). 2) Korrapärase nelinurkse püramiidi kõigi servade summa on 72 cm ja põhiservade summa on 24 cm. Leia külgserva ja põhiserva pikkus. B. (Põhikooli lõpueksami ülesanne, 2023) Ristkülik külgedega 13 cm	Ruumiliste kehade tundmaõppimine annab võimaluse neid teadmisi rakendada mitmes eri valdkonnas: geograafias (maakera mass, tihedus), tehnoloogiaõpetuses (ehitus), füüsikas (kehade mahutavus, tihedus, https://opik.fyysika.ee/index.php/book/section/9506#/section/9506), ajaloos (püramiidid, ehituse ajalugu), bioloogias (silma ehitus).

ja 10 cm pöörleb ümber pikema külje.

1. Märgi joonisele tekkiva silindri kõrgus ja raadius.
2. Arvuta silindri külgpindala täpne väärtus.
3. Arvuta silindri ruumala kümneliste täpsusega



- C.** 1) (Põhikooli lõpueksami ülesanne, 2019)
Parafiinist küünla alumine osa on silindri- ja ülemine osa koonusekujuline. Küünla põhja läbimõõt on 7 cm ja silindrilise osa kõrgus on 14 cm. Nurk küünla koonusekujulise osa moodustaja ja põhja vahel on 45° .

1. Kanna kõik andmed joonisele.
2. Mitu grammi kaalub küünal, kui üks kuupsentimeeter parafiini kaalub 0,9 grammi?
3. Küünla silindrilise osa külgpind kaetakse kuldse värviga. Mitme ruutsentimeetri katmiseks on värvi vaja?



Vastused ümarda kümnendikeni. 2) Pöördkeha ruumala on 180 kuupsentimeetrit. Konstrueeri see keha, lisa mõõtmed ning arvuta täispindala.	
---	--

KORDAMINE (ca 35 tundi)	
• Õpitulemus	Õppesisu
Õpilane: - oskab sooritada tehteid ratsionaalarvudega, lihtsamatel juhtudel astendada ja juurida; - oskab kasutada protsendi mõistet ülesandeid lahendades - oskab leida sobiva lahendusvõtte protsentüleannete lahendamiseks. - oskab kasutada abivalemeid avaldiste lihtsustamiseks; - oskab lahendada lineaar- ja ruutvõrrandit; - tunneb lineaarvõrrandisüsteemide lahendusvõtteid ja oskab neid rakendada ülesandeid lahendades; - oskab joonestada lineaar- ja ruutfunktsioonide graafikuid, võrdelise ja pöördvõrdelise seose graafikud ning uurida nende omadusi sh digivahendeid kasutades; - oskab arvutada sündmuse toimumise klassikalist tõenäosust; - oskab leida statistilise kogumi erinevaid arvkarakteristikuid	Aritmeetilised tehted ratsionaalarvudega, protsentülesanded, avaldiste lihtsustamine abivaleemitega. Võrrandite ja võrrandisüsteemide lahendamine. Funktsioonid $y = ax$, $y = \frac{a}{x}$, $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$, nende graafikud ja omadused. Statistilise kogumi karakteristikud. Sündmuse tõenäosuse mõiste, klassikalise tõenäosuse arvutamine. Planimetriliste kujundite (ristkülik, ruut, kolmnurk, romb, rööpkülik, trapets, ring) ümbermõõtude ja pindalade arvutamine. Kujundite tükeldamine. Pythagorase ja Thalese teoreemid. Teravnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Täisnurkse kolmnurga lahendamine. Püströöptahukas, püstprisma, püramiid, silinder, koonus, kera; nende

ning lugeda diagramme ja sagedustabeleid; ○ <i>iseloostab andmestikku aritmeetilise keskmise, mediaani moodi, miinimumi, maksimumi ja ulatuse järgi;</i> ○ <i>oskab lugeda ja koostada diagramme ja sagedustabeleid.</i> ● oskab leida käsitletud planimeetriliste kujundite ümbermõõte ja pindalasid; ● oskab rakendada Pythagorase teoreemi ülesandeid lahendades; ● teab trigonomeetria põhiseoseid täisnurkses kolmnurgas ja oskab neid kasutada ülesandeid lahendades; ● oskab arvutada püstprisma, püramiidi, silindri, koonuse ja kera pindala ning ruumala; ● kasutab erinevaid õpistrateegiaid (sh kordamine, märkmete tegemine ja tekstist andmete väljakirjutamine; üldistab ja loob seoseid.	pindalad ja ruumalad. Rakendusliku sisuga ülesannete lahendamine.
Eelteadmised, metoodilised soovitused õpitulemuse saavutamiseks	Üldpädevuste toetamine
Soovitame pöörata veelkord õpilaste tähelepanu ümardamise reeglitele ning pikkus-, pindala- ja mahuühikute teisendamisele. Oluline on toetada ka õpilasi lahenduskäigu vormistamisel ja selgituste lisamisel. Oma lahenduskäikude põhjendamine on osade õpilaste jaoks raske.	Antud teema õpetamisel toetatakse õpilast matemaatika-, loodusteaduste ja tehnoloogiaalane pädevuse omandamisel. Õpilane suudab tänu sellele teemale kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid, meetodeid koolis ja igapäevaelus ning kasutada tehnoloogiat eesmärgipäraselt. Arendatakse enesemääratluspädevust ja õpipädevust, et õpilane suudaks ennast hinnata (millised on õpilase nõrgad ja tugevad küljed) ja suudaks organiseerida oma õpikeskkonda eesmärgi saavutamiseks. Õpilane suudab analüüsida oma teadmisi ja oskusi ning seostada omandatud teadmisi varemõpituga.

Õppeprotsessi diferentseerimine	Lõiming
Näiteülesanded keerukusastmete alusel A. (Põhikooli lõpueksami ülesanne, 2015) Lihtsustada avaldis $(3 + 2a)(2a - 3) + b(b - a) - (b - 2a)^2$ ja arvuta selle väärtus, kui $a = \frac{1}{3}$ ja $b = -6$. B. (Põhikooli lõpueksami ülesanne, 2023) Pargis olev muruplats oli põhiplaani täisnurkne trapets $ABCD$, mille haarad olid 41 m ja 40 m. Pargi uuendustööde käigus sai muruplatsist võrdhaarne trapets $ABED$, mille lühem alus BE on 30 m. 1. Märki joonisele trapetsite tipud A, B, C, D ja E ning viiruta joonisel see osa muruplatsist, mis jäi alles pärast uuendustöid. 2. Arvuta uuendustööde käigus tekkinud muruplatsi pindala. 3. Uus muruplats tahetakse ääristada juhtkaabliga, et niitmisel saaks kasutada robotniidukit. Mitu meetrit juhtkaablit on vaja?  C. (Põhikooli lõpueksami ülesanne, 2015) On antud funktsioon $y = ax^2 + c$, kus $a \neq 0$. Selle funktsiooni graafiku haripunkt on $H(0; -2)$ ning punkt $A(2; 6)$ asub selle funktsiooni graafikul. 1. Arvuta selle funktsiooni ruutliikme kordaja a ja vabaliige c. 2. Kirjuta selle funktsiooni valem.	Kordamisel võetakse kokku kogu põhikooli matemaatika ning lõimumine teiste õppeainetega on eelnevalt kirjeldatud (ka teistes kooliastmetes).

3. Arvuta selle funktsiooni nullkohad. 4. Joonesta selle funktsiooni graafik. 5. Kas sirge $y = 2x - 4$ lõikab selle funktsiooni graafikut? Põhjenda oma vastust.	
--	--